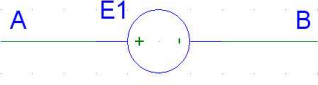
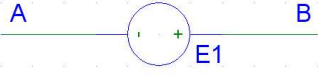
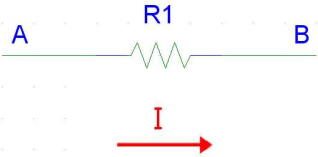
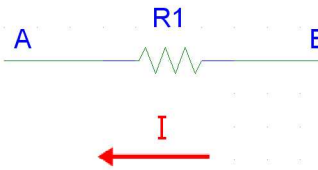


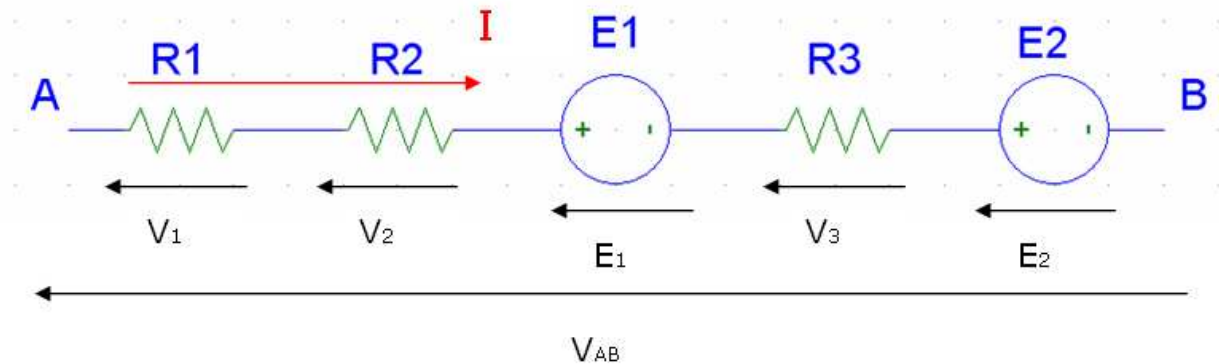
## Convenzioni sui segni delle tensioni ai capi dei bipoli

Prima di definire la legge di Ohm generalizzata è opportuno richiamare i concetti e le convenzioni adottate sulle differenze di potenziale ai capi di generatori ideali di tensione e resistenze percorse da corrente.

Componente	Tensione ai suoi capi
	<p>Il generatore <math>E_1</math> ha polo positivo rivolto verso il morsetto A. <b>Quindi A avrà potenziale maggiore rispetto a B di 100V.</b>                      Se <math>E_1 = 100V</math>, si può scrivere:  <math>V_{AB} = E_1 = 100V</math> oppure <math>V_{BA} = -E_1 = -100V</math></p>
	<p>Il generatore <math>E_1</math> ha polo positivo rivolto verso il morsetto B. <b>Quindi B avrà potenziale maggiore rispetto a A di 100V.</b>                      Se <math>E_1 = 100V</math>, si può scrivere:  <math>V_{BA} = E_1 = 100V</math> oppure <math>V_{AB} = -E_1 = -100V</math></p>
	<p>La resistenza è attraversata da una corrente <math>I</math> che ha verso da A a B. Significa che <b>il potenziale di A è maggiore rispetto a B</b>. La tensione ai capi della resistenza <math>R_1</math> vale quindi <math>V_{AB} = R_1 \cdot I</math>                      Se <math>R_1 = 5\Omega</math> e <math>I = 2A</math> si può scrivere:  <math>V_{AB} = R_1 \cdot I = 5 \cdot 2 = 10V</math> oppure <math>V_{BA} = -10V</math>                      Risulterà pertanto <math>V_{AB} &gt; 0</math>, <math>V_{BA} &lt; 0</math></p>
	<p>La resistenza è attraversata da una corrente <math>I</math> che ha verso da B ad A. Significa che <b>il potenziale di B è maggiore rispetto ad A</b>. La tensione ai capi della resistenza <math>R_1</math> vale quindi <math>V_{BA} = R_1 \cdot I</math>                      Se <math>R_1 = 5\Omega</math> e <math>I = 2A</math> si può scrivere:  <math>V_{BA} = R_1 \cdot I = 5 \cdot 2 = 10V</math> oppure <math>V_{AB} = -10V</math>                      Risulterà pertanto <math>V_{BA} &gt; 0</math>, <math>V_{AB} &lt; 0</math></p>

## Legge di Ohm generalizzata

Consideriamo un ramo contenente elementi passivi ( resistenze ) e generatori di tensione ideali.



La differenza di potenziale tra i punti A e B, cioè la tensione  $V_{AB}$  è data dalla **somma algebrica delle f.e.m. E** degli elementi attivi ( le f.e.m. da considerare positive sono quelle che , da sole, rendono positivo A rispetto a B, le f.e.m. da considerare negative sono invece quelle che, da sole, rendono A negativo rispetto a B ) e dalla **somma delle cadute di tensione RI** che devono essere considerate positive se la corrente va da A verso B, negative in caso contrario.

Pertanto se la corrente va da A verso B risulta:

$$V_{AB} = \sum \pm E + \sum R \cdot I$$

Mentre se la corrente va da B verso A risulta:

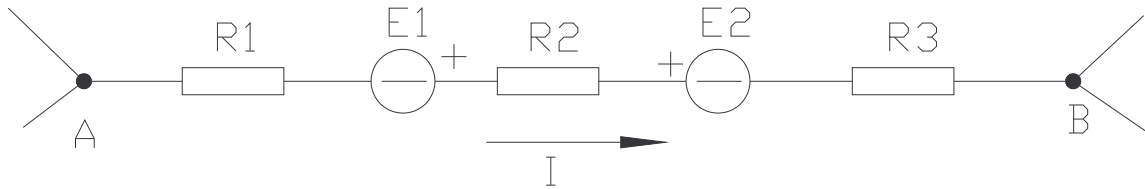
$$V_{AB} = \sum \pm E - \sum R \cdot I$$

Con riferimento allo schema di figura risulta:

$$V_{AB} = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + E_1 + R_3 \cdot I + E_2$$

## Esercizi sulla Legge di Ohm generalizzata

Si consideri lo schema riportato in figura. Gli esercizi ( dal numero 1 al numero 8 ) vanno risolti considerando questo semplice ramo.



### ESERCIZIO 1

Il ramo è percorso da una corrente  $I = 2A$ . Determinare la tensione  $V_{AB}$   
 $E_1 = 5V$ ,  $E_2 = 7V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$ .

La tensione  $V_{AB}$  si può scrivere come somma delle tensioni dei vari elementi.

$$\begin{aligned}V_{AB} &= V_{R1} + V_{E1} + V_{R2} + V_{E2} + V_{R3} \\V_{AB} &= R_1 \cdot I - E_1 + R_2 \cdot I + E_2 + R_3 \cdot I \\V_{AB} &= (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I - E_1 + E_2 \\V_{AB} &= (1 + 3 + 2) \cdot 2 - 5 + 7 = 14V\end{aligned}$$

### ESERCIZIO 2

Determinare il valore della corrente  $I$  affinché la tensione  $V_{AB} = 0V$ .  
 $E_1 = 12V$ ,  $E_2 = 7V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$ .

$$\begin{aligned}V_{AB} &= V_{R1} + V_{E1} + V_{R2} + V_{E2} + V_{R3} \\V_{AB} &= R_1 \cdot I - E_1 + R_2 \cdot I + E_2 + R_3 \cdot I \\V_{AB} &= (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I - E_1 + E_2\end{aligned}$$

Ricavo il valore della corrente

$$\begin{aligned}E_1 - E_2 + V_{AB} &= (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I \\I &= \frac{E_1 - E_2 + V_{AB}}{(R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{12 - 7 + 0}{1 + 3 + 2} = 0,83A\end{aligned}$$

### ESERCIZIO 3

Determinare il valore della corrente  $I$  affinché la tensione  $V_{AB} = 9V$ .  
 $E_1 = 12V$ ,  $E_2 = 7V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$ .

$$I = \frac{E_1 - E_2 + V_{AB}}{(R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{12 - 7 + 9}{1 + 3 + 2} = 2,33A$$

#### ESERCIZIO 4

Determinare il valore della corrente  $I$  affinché la tensione  $V_{AB} = -10V$ .

$E_1 = 2V$ ,  $E_2 = 7V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$ .

$$I = \frac{E_1 - E_2 + V_{AB}}{(R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{2 - 7 + (-10)}{1 + 3 + 2} = \frac{-15}{6} = -2,5A$$

Il significato del segno negativo porta alla conclusione che la corrente scelta arbitrariamente è errata, quindi la corrente andrà dal nodo B al nodo A.

#### ESERCIZIO 5

Determinare il valore della resistenza  $R_2$  affinché la tensione  $V_{AB} = 12V$  e la corrente  $I = 1A$

$E_1 = 2V$ ,  $E_2 = 7V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$ .

$$V_{AB} = R_1 \cdot I - E_1 + R_2 \cdot I + E_2 + R_3 \cdot I$$

Ricavo il valore di  $R_2$ :

$$V_{AB} - R_1 \cdot I + E_1 - E_2 - R_3 \cdot I = R_2 \cdot I$$

$$R_2 \cdot I = V_{AB} - R_1 \cdot I + E_1 - E_2 - R_3 \cdot I$$

$$R_2 = \frac{V_{AB} - R_1 \cdot I + E_1 - E_2 - R_3 \cdot I}{I} = \frac{12 - 1 \cdot 1 + 2 - 7 - 2 \cdot 1}{1} = 4\Omega$$

#### ESERCIZIO 6

Determinare il valore della resistenza  $R_3$  affinché la tensione  $V_{AB} = 24V$  e la corrente  $I = 3A$

$E_1 = 5V$ ,  $E_2 = 7V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 5\Omega$ .

$$V_{AB} = R_1 \cdot I - E_1 + R_2 \cdot I + E_2 + R_3 \cdot I$$

Ricavo il valore di  $R_3$ :

$$V_{AB} - R_1 \cdot I + E_1 - E_2 - R_2 \cdot I = R_3 \cdot I$$

$$R_3 \cdot I = V_{AB} - R_1 \cdot I + E_1 - E_2 - R_2 \cdot I$$

$$R_3 = \frac{V_{AB} - R_1 \cdot I + E_1 - E_2 - R_2 \cdot I}{I} = \frac{24 - 1 \cdot 3 + 5 - 7 - 5 \cdot 3}{3} = 1,33\Omega$$

### ESERCIZIO 7

Determinare il valore delle resistenze  $R = R_1 = R_2 = R_3$ , affinché la tensione

$$V_{AB} = 24V \text{ e la corrente } I = 3A$$

$$E_1 = 5V, E_2 = 7V, R_1 = 1\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 2\Omega$$

Dato che le tre resistenze sono uguali si può scrivere:

$$V_{AB} = R \cdot I - E_1 + R \cdot I + E_2 + R \cdot I$$

$$V_{AB} = 3 \cdot R \cdot I - E_1 + E_2$$

$$V_{AB} + E_1 - E_2 = 3 \cdot R \cdot I$$

$$R = \frac{V_{AB} + E_1 - E_2}{3 \cdot I} = \frac{24 + 5 - 7}{3 \cdot 3} = 2,44\Omega$$

### ESERCIZIO 8

Determinare il valore delle resistenze  $R = R_1 = R_2 = R_3$ , affinché la tensione

$$V_{AB} = 24V \text{ e la corrente } I = -3A$$

$$E_1 = 5V, E_2 = 7V, R_1 = 1\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 2\Omega$$

La tensione Dato che le tre resistenze sono uguali si può scrivere:

$$V_{AB} = R \cdot I - E_1 + R \cdot I + E_2 + R \cdot I$$

$$V_{AB} = 3 \cdot R \cdot I - E_1 + E_2$$

$$V_{AB} + E_1 - E_2 = 3 \cdot R \cdot I$$

$$R = \frac{V_{AB} + E_1 - E_2}{3 \cdot I} = \frac{24 + 5 - 7}{3 \cdot (-3)} = -2,44\Omega$$

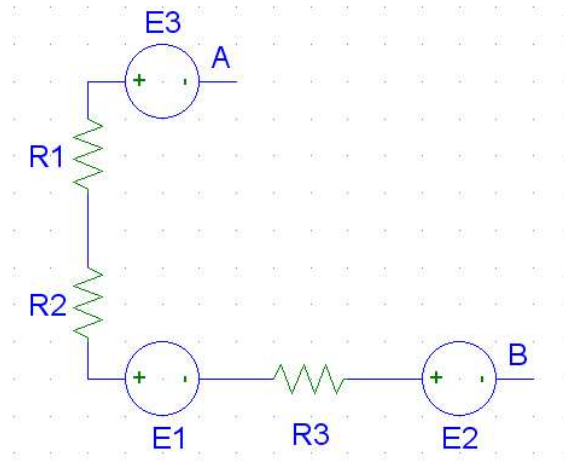
E' stato trovato un valore di resistenza negativo.

Esso non può essere reale, pertanto questo risultato va interpretato come segue: non esiste nessuna resistenza in commercio che sostituita nel ramo di figura faccia circolare una corrente di 3A da destra verso sinistra, con quei generatori e mantenendo una tensione ai capi  $V_{AB} = 24V$ .

### ESERCIZIO 9

Determinare il valore della tensione  $V_{AB}$  sapendo che il ramo in figura è percorso da una corrente  $I = 3A$  che circola da A verso B.

$E_1 = 5V$ ,  $E_2 = 7V$ ,  $E_3 = 10V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$



La tensione  $V_{AB}$  può essere scritta come somma di tensioni e cadute ohmiche.

$$V_{AB} = V_{E3} + V_{R1} + V_{R2} + V_{E1} + V_{R3} + V_{E2}$$

Le tensioni sopra scritte devono essere scritte rispettando le convenzioni sui segni. Risulta:

$$V_{AB} = -E_3 + R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + E_1 + R_3 \cdot I + E_2$$

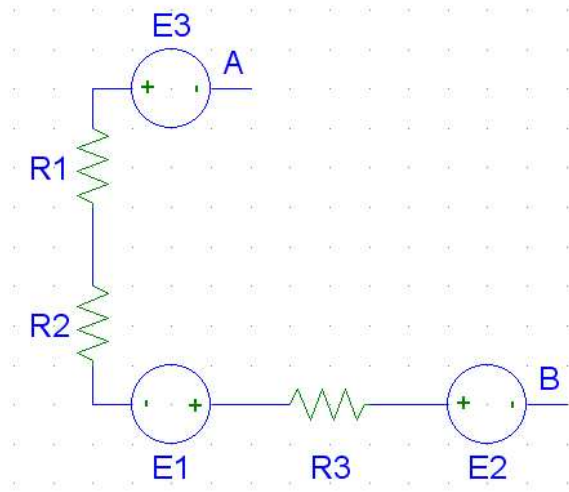
Sostituendo i valori si ha:

$$V_{AB} = -10 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 5 + 2 \cdot 3 + 7 = 20V$$

### ESERCIZIO 10

Determinare il valore e il verso della corrente  $I$  che circola nel ramo riportato in figura sapendo che la tensione  $V_{AB} = 8V$ .

$$E_1 = 5V, E_2 = 7V, E_3 = 10V, R_1 = 1\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 2\Omega$$



In modo analogo all'esercizio precedente la tensione  $V_{AB}$  può essere scritta come somma di tensioni e cadute ohmiche.

$$V_{AB} = V_{E3} + V_{R1} + V_{R2} + V_{E1} + V_{R3} + V_{E2}$$

In questo caso non è noto il verso della corrente, che pertanto va scelto in modo arbitrario. Ipotizzo che la corrente circoli da A verso B.

Le tensioni sopra scritte devono essere scritte rispettando le convenzioni sui segni. Risulta:

$$V_{AB} = -E_3 + R_1 \cdot I + R_2 \cdot I - E_1 + R_3 \cdot I + E_2$$

Con semplici passaggi si ricava il valore di  $I$ :

$$V_{AB} + E_3 + E_1 - E_2 = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I$$

$$V_{AB} + E_3 + E_1 - E_2 = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I$$

$$I = \frac{V_{AB} + E_3 + E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Sostituendo i valori si ottiene:

$$I = \frac{V_{AB} + E_3 + E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{8 + 10 + 5 - 7}{1 + 3 + 2} = 2,67A$$

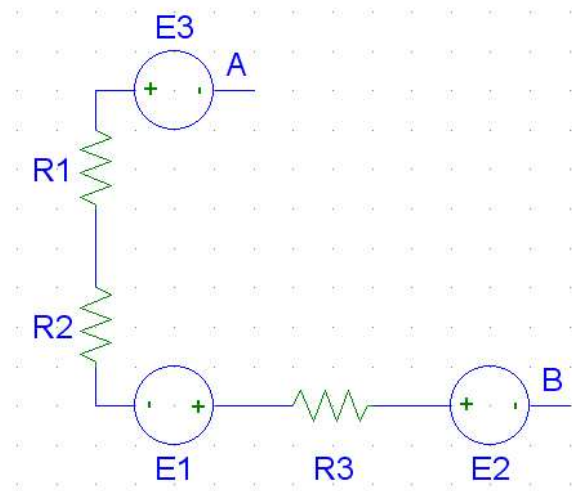
Il segno della corrente è positivo, pertanto la scelta arbitraria del verso è corretta.

### ESERCIZIO 11

Determinare la tensione del generatore  $E_1$  nell'ipotesi che  $V_{AB} = 22V$  e la corrente  $I = 2A$  circoli da A verso B.

Determinare poi la  $E_1$  se la corrente circola da B verso A.

$$E_2 = 70V, E_3 = 10V, R_1 = 1\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 2\Omega$$



#### Corrente A->B

La legge di Ohm generalizzata per il ramo AB è:

$$V_{AB} = -E_3 + R_1 \cdot I + R_2 \cdot I - E_1 + R_3 \cdot I + E_2$$

Il valore di  $E_1$  risulta:

$$E_1 = -V_{AB} - E_3 + R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I + E_2$$

Sostituendo i valori si ottiene:

$$E_1 = -22 - 10 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 70 = 50V$$

#### Corrente B->A

La legge di Ohm generalizzata per il ramo AB è:

$$V_{AB} = -E_3 - R_1 \cdot I - R_2 \cdot I - E_1 - R_3 \cdot I + E_2$$

Il valore di  $E_1$  risulta:

$$E_1 = -V_{AB} - E_3 - R_1 \cdot I - R_2 \cdot I - R_3 \cdot I + E_2$$

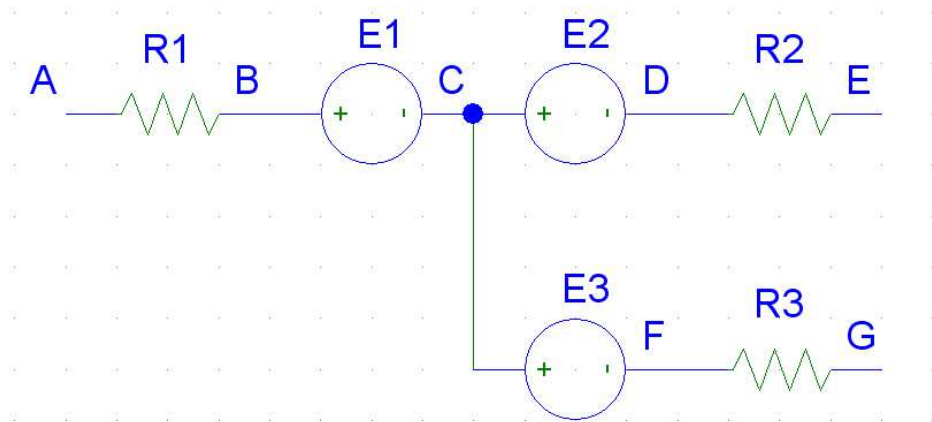
Sostituendo i valori si ottiene:

$$E_1 = -22 - 10 - 1 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 + 70 = 26V$$



## ESERCIZIO 12

Lo schema riportato in figura è una parte di una rete elettrica più complessa.  
 $E_1 = 20V$  ,  $E_2 = 30V$  ,  $E_3 = 15V$  ,  $R_1 = 4\Omega$  ,  $R_2 = 8\Omega$  ,  $R_3 = 5\Omega$



Determinare:

1. La tensione  $V_{AC}$  nell'ipotesi che la corrente che circola nel ramo AC sia  $I_{AC} = 2A$  e con verso di percorrenza da A verso C.
2. La tensione  $V_{AC}$  nell'ipotesi che la corrente che circola nel ramo AC sia  $I_{CA} = 2A$  e con verso di percorrenza da C verso A.
3. La tensione  $V_{CE}$  nell'ipotesi che la corrente che circola nel ramo CE sia  $I_{CE} = 3A$  e con verso di percorrenza da C verso E
4. La tensione  $V_{CG}$  nell'ipotesi che la corrente che circola nel ramo CG sia  $I_{CG} = 5A$  e con verso di percorrenza da C verso G
5. La tensione  $V_{CG}$  nell'ipotesi che la corrente che circola nel ramo CG sia  $I_{GC} = 4A$  e con verso di percorrenza da G verso C
6. La tensione  $V_{AE}$  nell'ipotesi che la corrente che circola nel ramo AC sia  $I_{AC} = 1A$  con verso di percorrenza da A verso C e la corrente che circola nel ramo CE sia  $I_{CE} = 2A$  con verso di percorrenza da C verso E
7. La tensione  $V_{AE}$  nell'ipotesi che la corrente che circola nel ramo AC sia  $I_{AC} = 3A$  con verso di percorrenza da A verso C e la corrente che circola nel ramo CE sia  $I_{EC} = 2A$  con verso di percorrenza da E verso C
8. La tensione  $V_{EA}$  nell'ipotesi che la corrente che circola nel ramo AC sia  $I_{AC} = 3A$  con verso di percorrenza da A verso C e la corrente che circola nel ramo CE sia nulla

### Risposta quesito 1

La legge di Ohm generalizzata per il ramo AC è:

$$V_{AC} = R_1 \cdot I_{AC} + E_1$$

Sostituendo i valori numerici risulta:

$$V_{AC} = 4 \cdot 2 + 20 = 28V$$

**Risposta quesito 2**

La legge di Ohm generalizzata per il ramo AC è:

$$V_{AC} = -R_1 \cdot I_{AC} + E_1$$

Sostituendo i valori numerici risulta:

$$V_{AC} = -4 \cdot 2 + 20 = 12V$$

**Risposta quesito 3**

La legge di Ohm generalizzata per il ramo CE è:

$$V_{CE} = R_2 \cdot I_{CE} + E_2$$

Sostituendo i valori numerici risulta:

$$V_{CE} = 8 \cdot 3 + 30 = 54V$$

**Risposta quesito 4**

La legge di Ohm generalizzata per il ramo CG è:

$$V_{CG} = R_3 \cdot I_{CG} + E_3$$

Sostituendo i valori numerici risulta:

$$V_{CG} = 5 \cdot 5 + 15 = 40V$$

**Risposta quesito 5**

La legge di Ohm generalizzata per il ramo CG è:

$$V_{CG} = -R_3 \cdot I_{CG} + E_3$$

Sostituendo i valori numerici risulta:

$$V_{CG} = -5 \cdot 4 + 15 = -5V$$

**Risposta quesito 6**

La legge di Ohm generalizzata per il ramo AE è:

$$V_{AE} = R_1 \cdot I_{AC} + E_1 + E_2 + R_2 \cdot I_{CE}$$

Sostituendo i valori numerici risulta:

$$V_{AE} = 4 \cdot 1 + 20 + 30 + 8 \cdot 2 = 70V$$

**Risposta quesito 7**

La legge di Ohm generalizzata per il ramo AE è:

$$V_{AE} = R_1 \cdot I_{AC} + E_1 + E_2 - R_2 \cdot I_{EC}$$

Sostituendo i valori numerici risulta:

$$V_{AE} = 4 \cdot 3 + 20 + 30 - 8 \cdot 2 = 46V$$

**Risposta quesito 8**

La legge di Ohm generalizzata per il ramo AE è:

$$V_{EA} = -R_1 \cdot I_{AC} - E_1 - E_2$$

Sostituendo i valori numerici risulta:

$$V_{EA} = -4 \cdot 3 - 20 - 30 = -62V$$