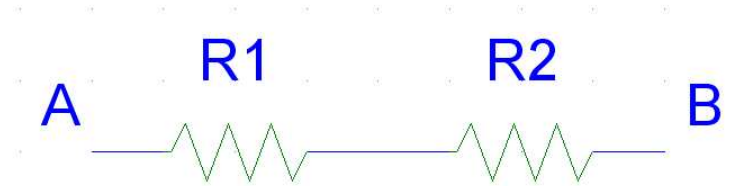


RESISTENZE IN SERIE

Due resistenze percorse dalla stessa corrente sono dette in serie.
Il collegamento in serie è quindi quello rappresentato in figura:



Infatti la corrente che circola sulla resistenza R_1 circolerà anche su R_2 .
La tensione V_{AB} viene quindi ripartita tra le due resistenze R_1 e R_2 .

Risulterà

$$V_{AB} = V_1 + V_2$$

V_1 e V_2 sono le tensioni ai capi di R_1 e R_2 .

Si può quindi scrivere che la tensione ai capi di R_1 vale $V_1 = R_1 \cdot I$ e la tensione ai capi di R_2 vale $V_2 = R_2 \cdot I$

Dato che $V_{AB} = V_1 + V_2$, sostituendo al posto di V_1 e V_2 le rispettive formule si ottiene:

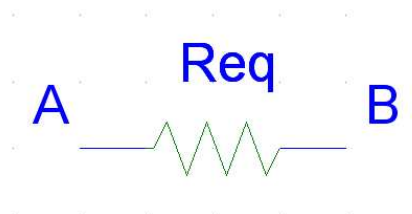
$$V_{AB} = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I$$

Raccogliendo il termine I comune ai due addendi risulta:

$$V_{AB} = (R_1 + R_2) \cdot I$$

In luogo di $R_1 + R_2$ quindi posso sostituire un'unica resistenza di valore pari alla somma delle due resistenze.

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

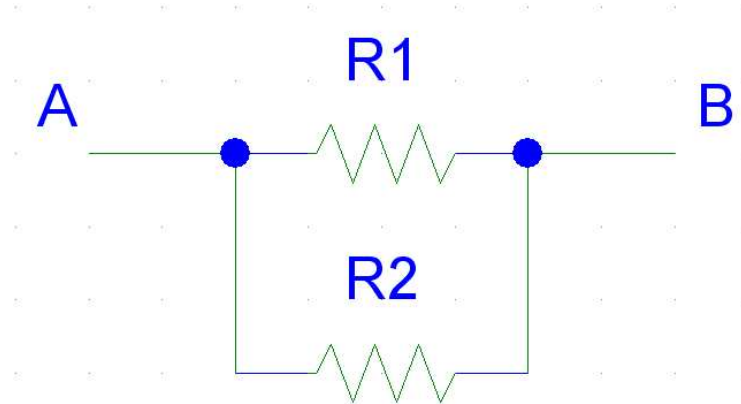


In generale vale la seguente relazione:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

RESISTENZE IN PARALLELO

Due resistenze soggette alla stessa tensione sono dette in parallelo. Il collegamento in parallelo è quindi quello rappresentato in figura:



Entrambe le resistenze presentano ai loro morsetti una tensione V_{AB} . La corrente che circola su ciascuna resistenza vale:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2}$$

La corrente complessiva che entra nel morsetto A sarà quindi la somma delle due correnti $I = I_1 + I_2$

Sostituendo i rispettivi valori si ha:

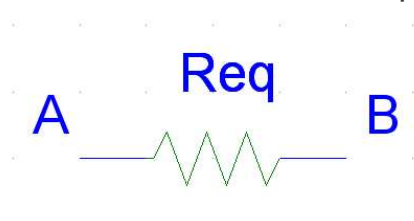
$$I = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2}$$

Raccogliendo il termine V_{AB} comune ai due addendi risulta:

$$I = V_{AB} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Il termine $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ lo posso sostituire con una resistenza equivalente tale che:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{eq}}$$



In generale vale la seguente relazione:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Nel caso di due resistenze si ha:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Eseguendo il minimo comune multiplo risulta:

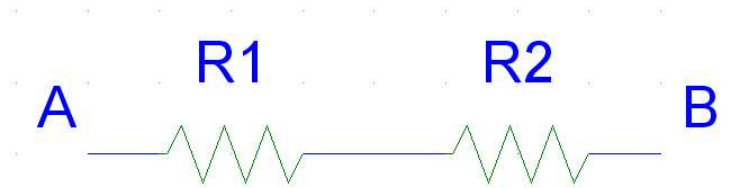
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

Invertendo numeratore col denominatore ricavo R_{eq}

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

ESEMPIO 1

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



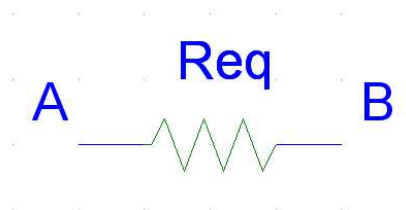
$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega$$

Analizzando il circuito in figura si vede che le resistenze R_1 e R_2 sono in serie, si può quindi determinare la resistenza equivalente che chiameremo R_{eq} :

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

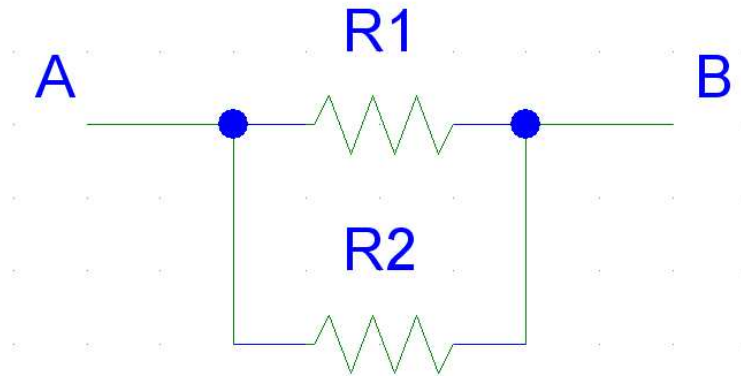
sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$R_{eq} = 30 + 20 = 50\Omega$$



ESEMPIO 2

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega$$

Analizzando il circuito in figura si vede che le resistenze R_1 e R_2 sono in parallelo, si può quindi determinare la resistenza equivalente che chiameremo R_{eq} .

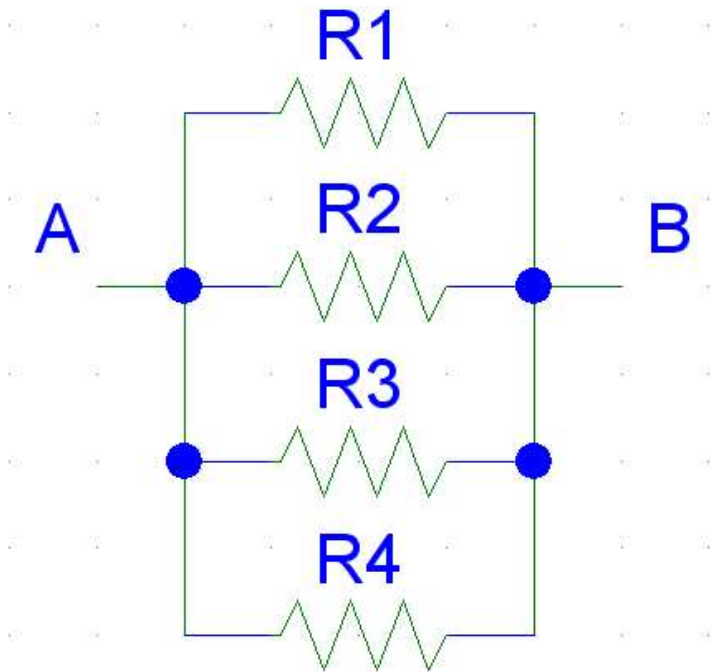
Nel caso di due resistenze in parallelo la formula che permette di trovare quella equivalente è:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{sostituendo i valori numerici si ottiene } R_{eq} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = \frac{600}{50} = 12\Omega$$

ESEMPIO 3

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 50\Omega,$$

Tutte le resistenze sono in parallelo. Per determinare la resistenza equivalente è consigliabile utilizzare la relazione $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{R_i}$

Risulta pertanto:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

Sostituendo i valori numerici:

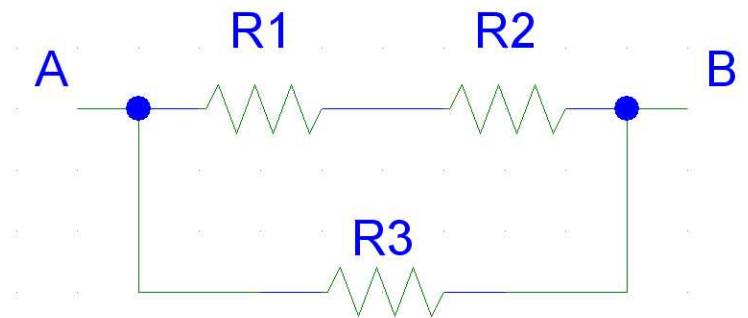
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{50}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = 0,033 + 0,05 + 0,1 + 0,02 = 0,203\Omega^{-1}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{0,203} = 4,92\Omega$$

ESEMPIO 4

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega$$

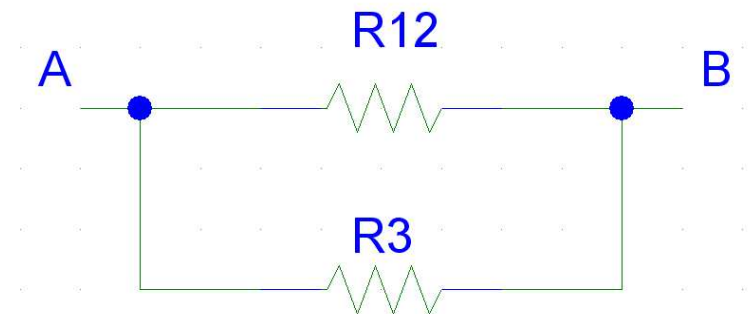
Le resistenze R_1 e R_2 sono in serie, si può quindi determinare la resistenza equivalente R_{12} .

$$R_{12} = R_1 + R_2$$

Sostituendo:

$$R_{12} = 30 + 20 = 50\Omega$$

Il circuito si semplifica così:



R_{12} e R_3 sono in parallelo, quindi la resistenza equivalente vale:

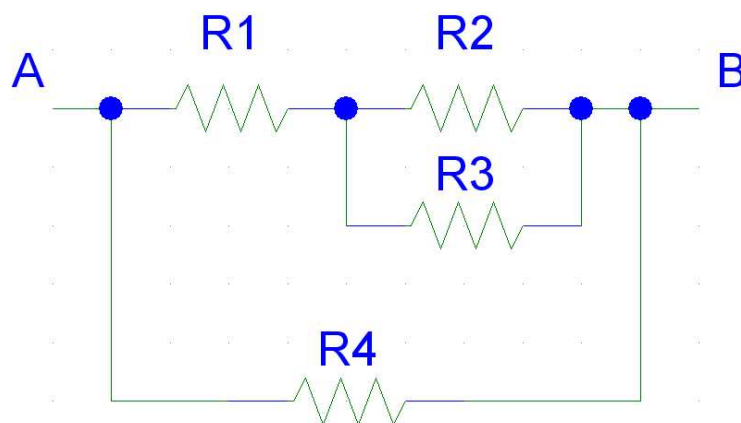
$$R_{eq} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3}$$

sostituendo:

$$R_{eq} = \frac{50 \cdot 10}{50 + 10} = 8,3\Omega$$

ESEMPIO 5

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 40\Omega$$

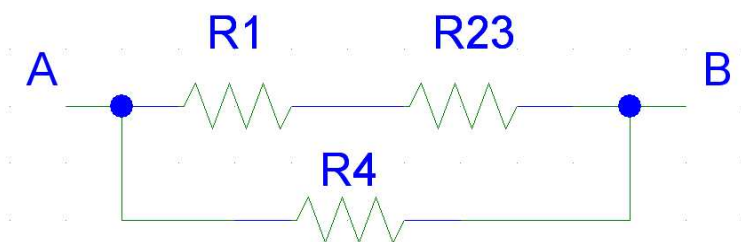
Le resistenze R_2 e R_3 sono in parallelo, si può quindi determinare la resistenza equivalente che chiameremo R_{23}

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

sostituendo:

$$R_{23} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = \frac{200}{30} = 6,6\Omega$$

Il circuito si semplifica così:

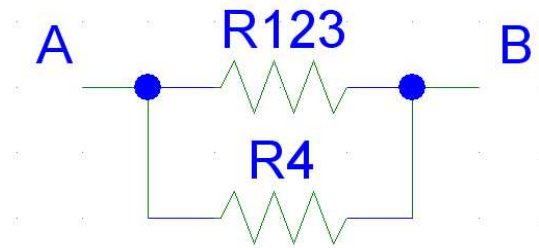


Le resistenze R_{23} e R_1 sono ora in serie e quindi possono essere sostituite da un'unica resistenza con valore pari alla somma delle due resistenze

$$R_{123} = R_1 + R_{23}$$

$$R_{123} = 30 + 6.6 = 36,6\Omega$$

Il circuito si semplifica ulteriormente in questo modo:



Le due resistenze dello schema sono ora in parallelo, quindi:

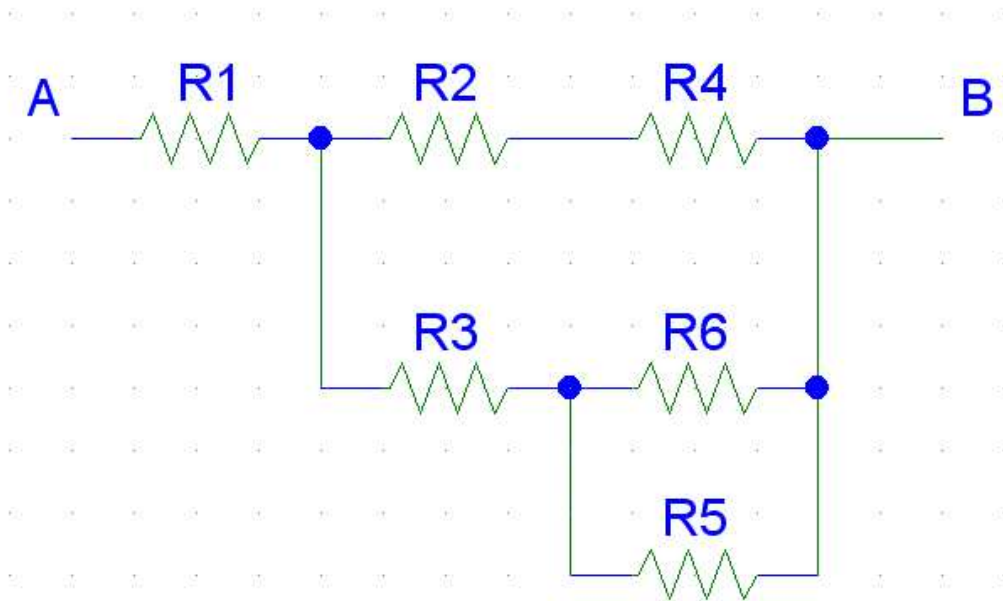
$$R_{eq} = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4}$$

sostituendo:

$$R_{eq} = \frac{36,6 \cdot 40}{36,6 + 40} = 19,1\Omega$$

ESEMPIO 6

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 20\Omega, R_5 = 10\Omega, R_6 = 20\Omega$$

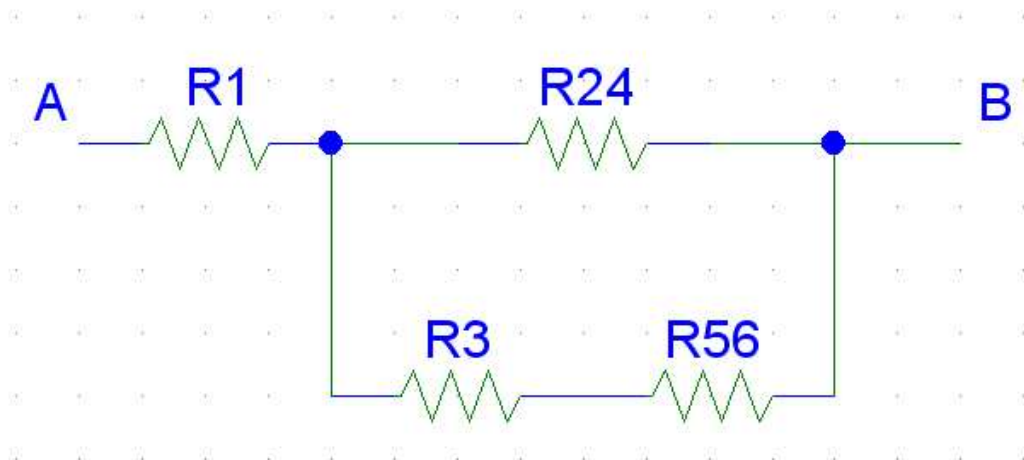
Le resistenze R_2 e R_4 sono in serie e quindi possono essere sostituite da un'unica resistenza con valore pari alla loro somma

$$R_{24} = R_2 + R_4 = 20 + 20 = 40\Omega$$

Le resistenze R_6 e R_5 sono in parallelo, si può quindi determinare la resistenza equivalente R_{56}

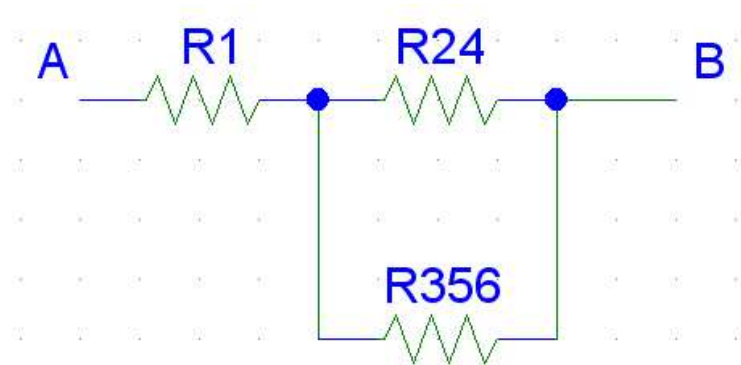
$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = 6,67\Omega$$

Il circuito si semplifica in questo modo:



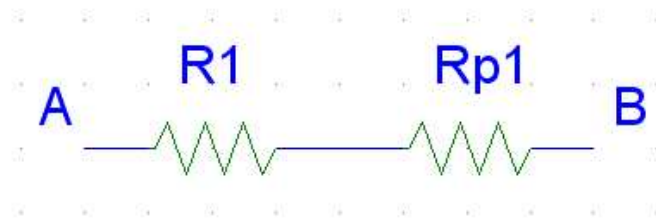
Le resistenze R_3 e R_{56} sono in serie e quindi possono essere sostituite da un'unica resistenza con valore pari alla loro somma

$$R_{356} = R_3 + R_{56} = 10 + 6,67 = 16,67\Omega$$



Le resistenze R_{24} e R_{356} sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p1}

$$R_{p1} = \frac{R_{24} \cdot R_{356}}{R_{24} + R_{356}} = \frac{40 \cdot 16,67}{40 + 16,67} = 11,76\Omega$$

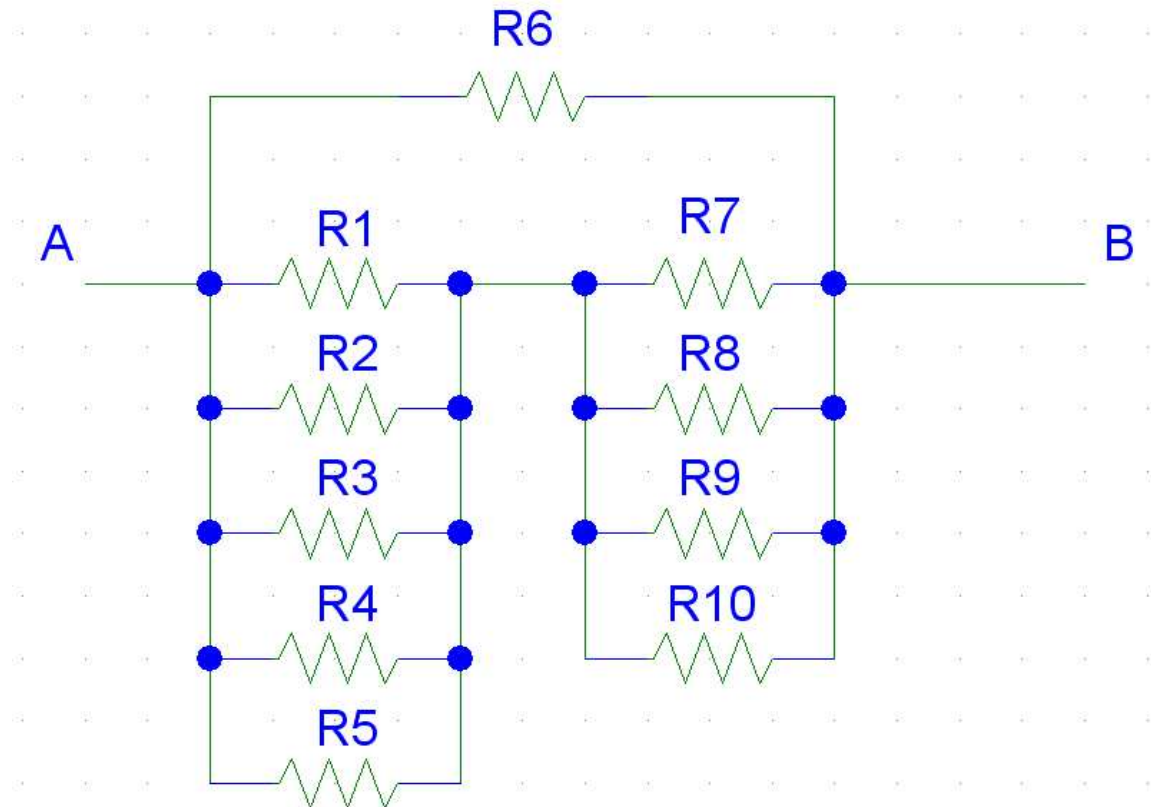


Le resistenze R_{p1} e R_1 sono in serie. La resistenza equivalente R_{eq} ai morsetti A e B vale:

$$R_{eq} = R_{p1} + R_1 = 11,76 + 30 = 41,76\Omega$$

ESEMPIO 7

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 20\Omega, R_5 = 10\Omega$$

$$R_6 = 40\Omega, R_7 = 20\Omega, R_8 = 50\Omega, R_9 = 10\Omega, R_{10} = 80\Omega$$

Le resistenze R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p1}

$$\frac{1}{R_{p1}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

$$\frac{1}{R_{p1}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} = 0,333\Omega^{-1}$$

$$R_{p1} = \frac{1}{0,333} = 3\Omega$$

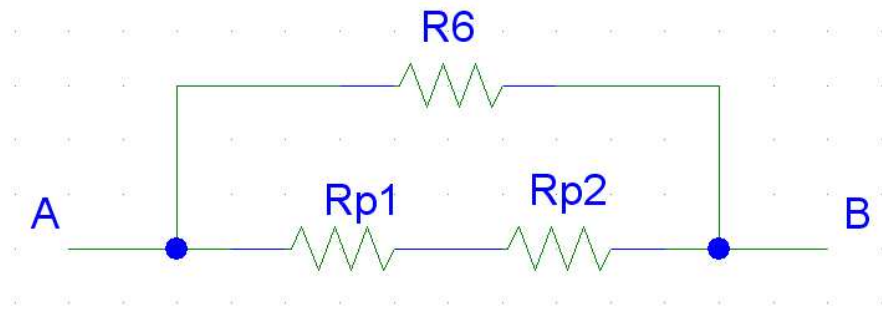
Le resistenze R_7, R_8, R_9, R_{10} sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p2}

$$\frac{1}{R_{p2}} = \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} + \frac{1}{R_{10}}$$

$$\frac{1}{R_{p2}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{50} + \frac{1}{10} + \frac{1}{80} = 0,183\Omega^{-1}$$

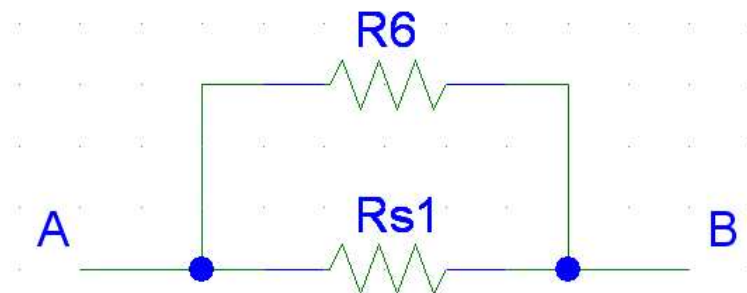
$$R_{p2} = \frac{1}{0,183} = 5,48\Omega$$

Il circuito si semplifica in questo modo:



Le resistenze R_{p1} e R_{p2} sono in serie e quindi possono essere sostituite da un'unica resistenza con valore pari alla loro somma

$$R_{s1} = R_{p1} + R_{p2} = 3 + 5,48 = 8,48\Omega$$

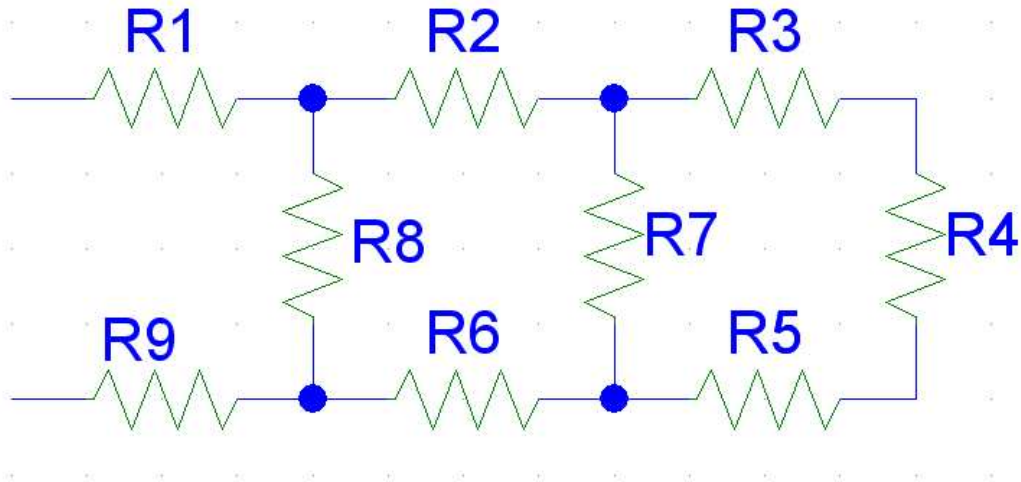


Le resistenze R_6 e R_{s1} sono ora in parallelo. Pertanto la resistenza equivalente tra i morsetti A e B vale:

$$R_{eq} = \frac{R_{s1} \cdot R_6}{R_{s1} + R_6} = \frac{8,48 \cdot 40}{8,48 + 40} = 7\Omega$$

ESEMPIO 8

Determinare la resistenza equivalente del seguente circuito:

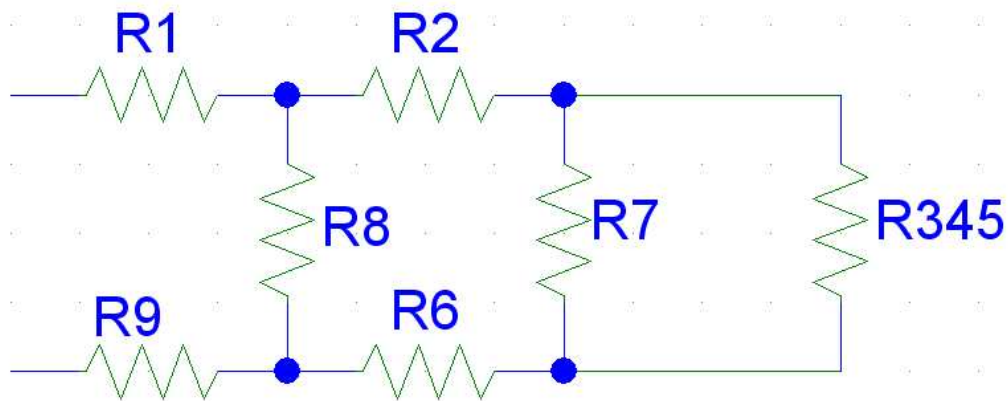


$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 20\Omega, R_5 = 10\Omega$$

$$R_6 = 40\Omega, R_7 = 20\Omega, R_8 = 50\Omega, R_9 = 10\Omega$$

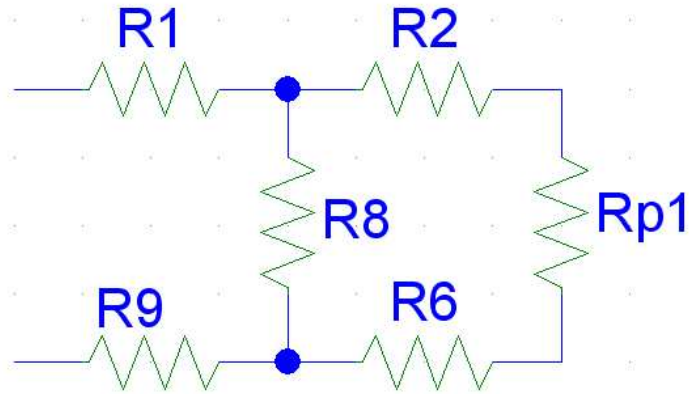
Le resistenze R_3 , R_4 e R_5 sono in serie e quindi possono essere sostituite da un'unica resistenza

$$R_{345} = R_3 + R_4 + R_5 = 10 + 20 + 10 = 40\Omega$$



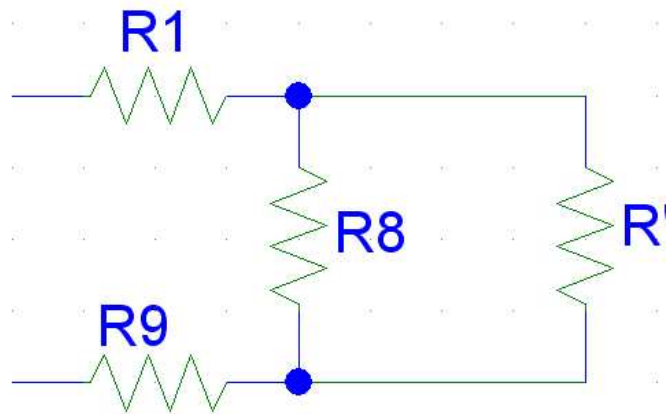
Le resistenze R_7 e R_{345} sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p1}

$$R_{p1} = \frac{R_7 \cdot R_{345}}{R_7 + R_{345}} = \frac{20 \cdot 40}{20 + 40} = 13,33\Omega$$



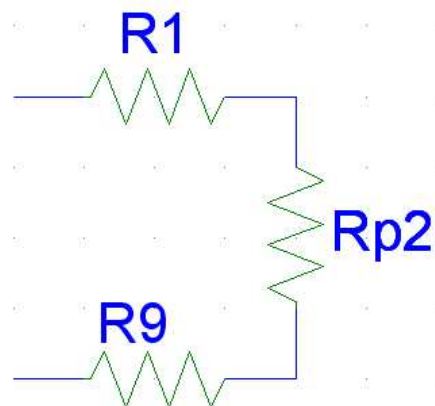
Le resistenze R_2 , R_{p1} e R_6 sono in serie e quindi possono essere sostituite da un'unica resistenza

$$R' = R_2 + R_{p1} + R_6 = 20 + 13,33 + 40 = 73,33\Omega$$



Le resistenze R' e R_8 sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p2}

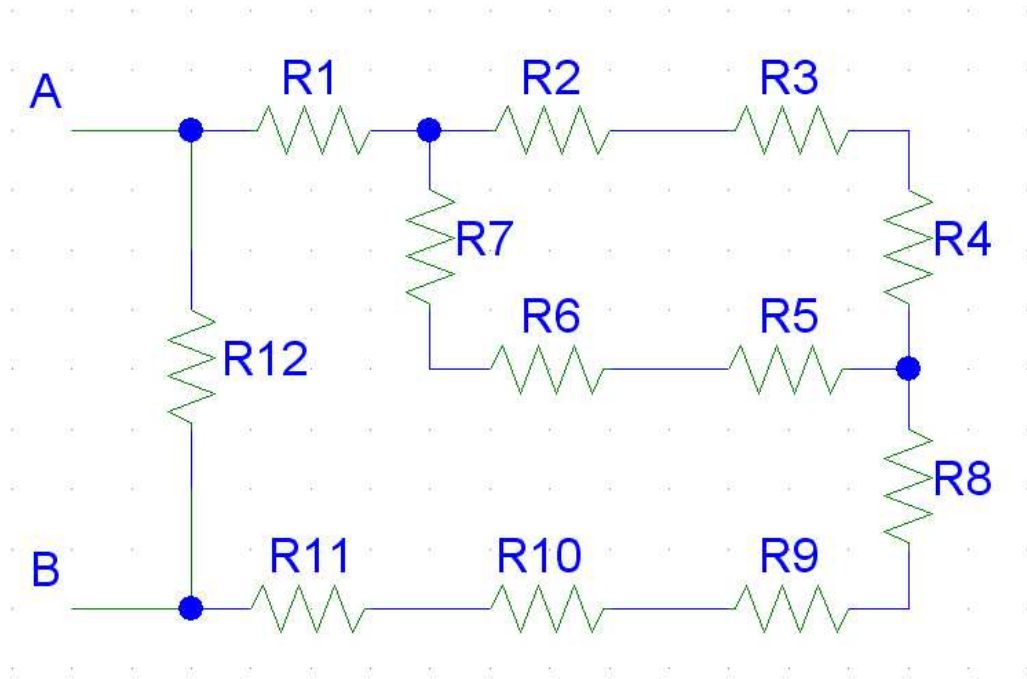
$$R_{p2} = \frac{R' \cdot R_8}{R' + R_8} = \frac{73,33 \cdot 50}{73,33 + 50} = 29,73\Omega$$



Le resistenze R_1 , R_{p2} e R_9 sono in serie. La resistenza equivalente tra i morsetti A e B vale $R_{eq} = R_1 + R_{p2} + R_9 = 30 + 29,73 + 10 = 69,73\Omega$

ESEMPIO 9

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



$R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 20\Omega$, $R_5 = 10\Omega$, $R_6 = 40\Omega$,
 $R_7 = 20\Omega$, $R_8 = 50\Omega$, $R_9 = 10\Omega$, $R_{10} = 100\Omega$, $R_{11} = 40\Omega$, $R_{12} = 50\Omega$

Le resistenze R_2 , R_3 e R_4 sono in serie.

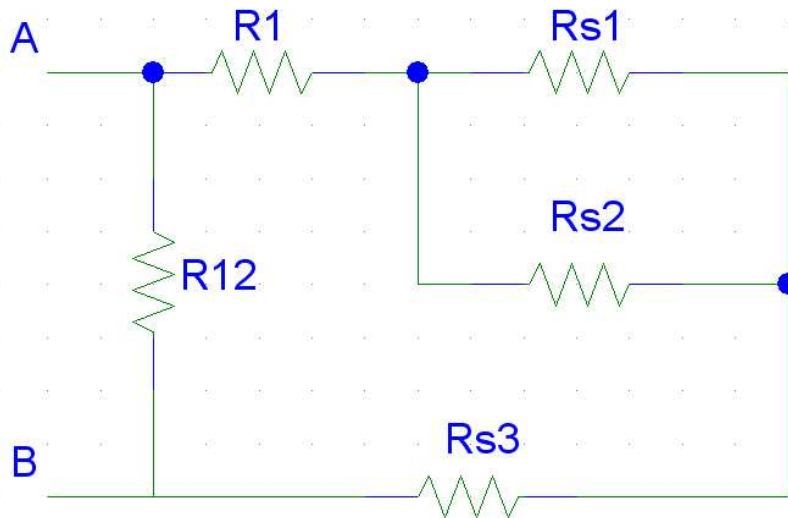
$$R_{s1} = R_2 + R_3 + R_4 = 20 + 10 + 20 = 50\Omega$$

Le resistenze R_5 , R_6 e R_7 sono in serie.

$$R_{s2} = R_5 + R_6 + R_7 = 10 + 40 + 20 = 70\Omega$$

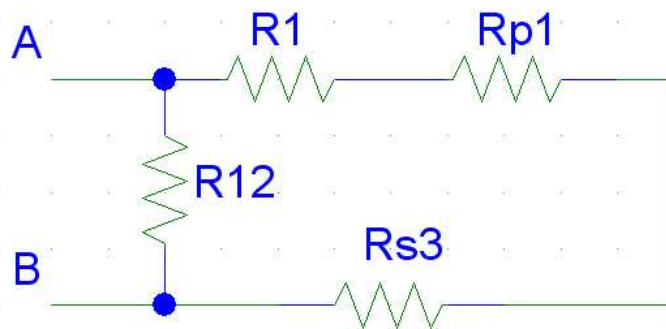
Le resistenze R_8 , R_9 , R_{10} e R_{11} sono in serie.

$$R_{s3} = R_8 + R_9 + R_{10} + R_{11} = 50 + 10 + 100 + 40 = 200\Omega$$



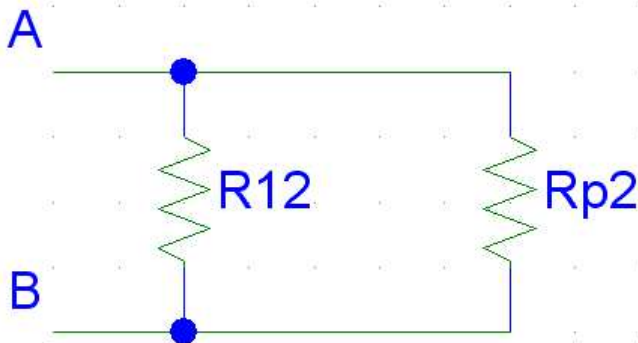
Le resistenze R_{s1} e R_{s2} sono in parallelo.

$$R_{p1} = \frac{R_{s1} \cdot R_{s2}}{R_{s1} + R_{s2}} = \frac{50 \cdot 70}{50 + 70} = 29,17\Omega$$



Le resistenze R_1 , R_{p1} e R_{s3} sono in serie.

$$R_{s3} = R_1 + R_{p1} + R_{s3} = 30 + 29,17 + 200 = 259,17\Omega$$



Le resistenze R_{12} e R_{p2} sono in parallelo.

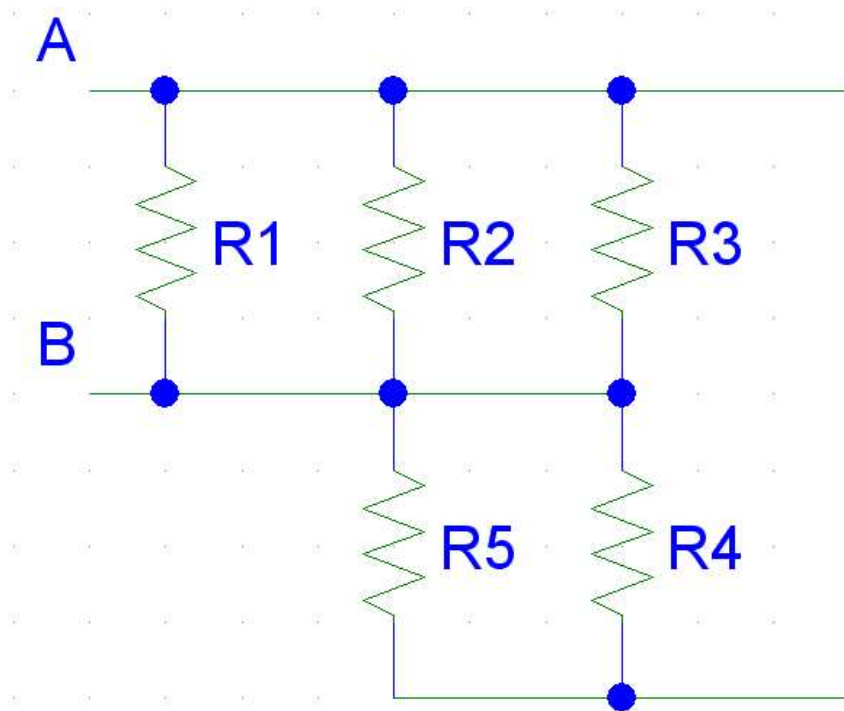
La resistenza equivalente tra i morsetti A e B è

$$R_{eq} = \frac{R_{12} \cdot R_{p2}}{R_{12} + R_{p2}}$$

$$R_{eq} = \frac{50 \cdot 259,17}{50 + 259,17} = 41,91\Omega$$

ESEMPIO 10

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 20\Omega, R_5 = 10\Omega$$

Le resistenze R_1, R_2, R_3 sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p1}

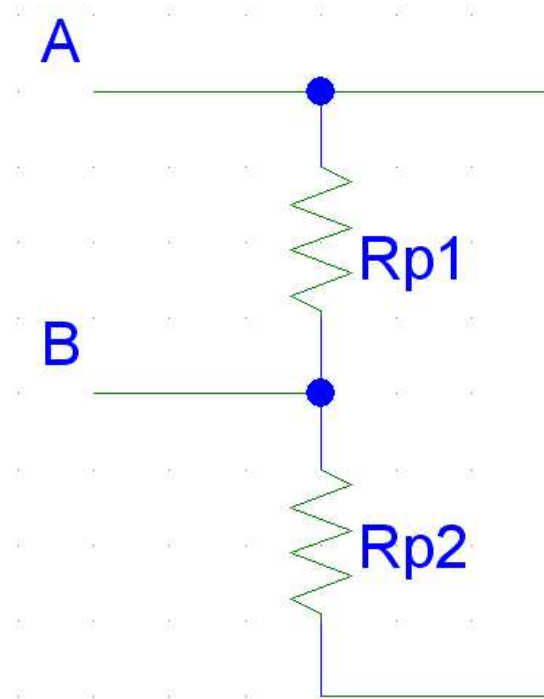
$$\frac{1}{R_{p1}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{p1}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} = 0,183\Omega^{-1}$$

$$R_{p1} = \frac{1}{0.183} = 5,48\Omega$$

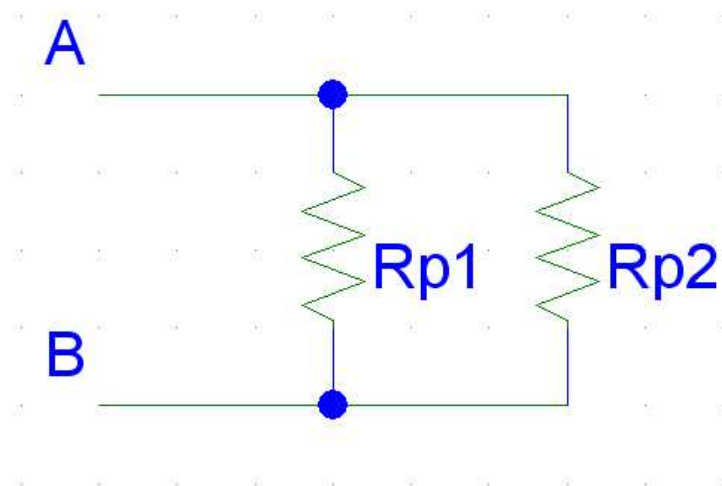
Le resistenze R_4 e R_5 sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p2}

$$R_{p2} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = 6,67\Omega$$



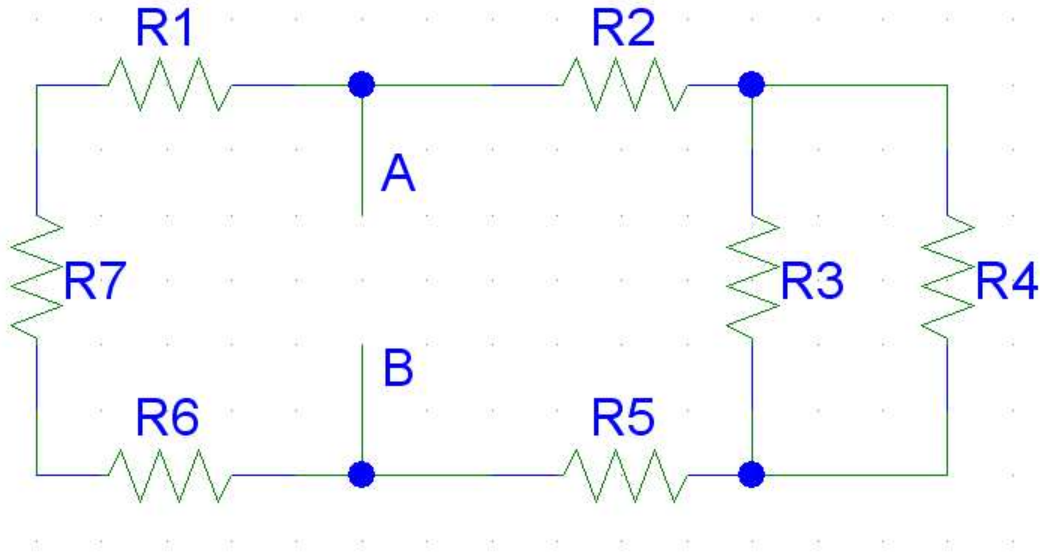
Le resistenze R_{p1} e R_{p2} sono in parallelo. La resistenza equivalente R_{eq} ai morsetti A e B vale:

$$R_{p2} = \frac{R_{p1} \cdot R_{p2}}{R_{p1} + R_{p2}} = \frac{5,48 \cdot 6,67}{5,48 + 6,67} = 3\Omega$$



ESEMPIO 11

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



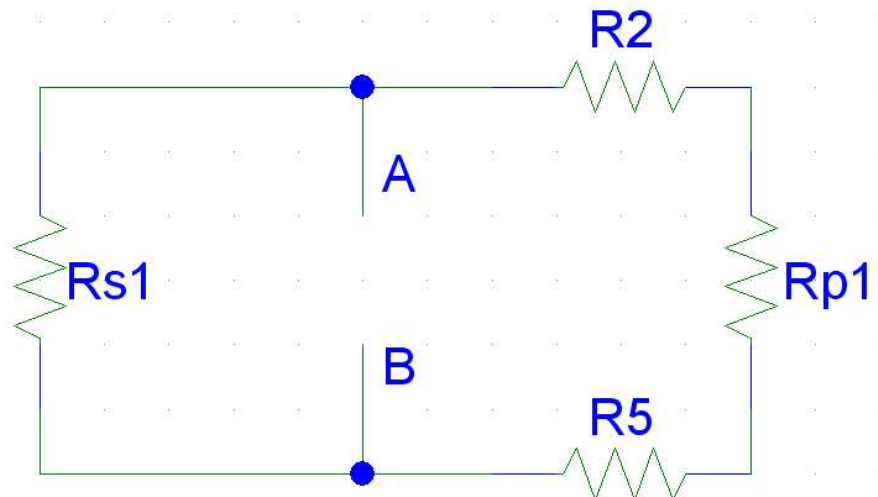
$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 20\Omega, R_5 = 10\Omega, R_6 = 40\Omega, R_7 = 20\Omega$$

Le resistenze R_3 e R_4 sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p1}

$$R_{p1} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = 6,67\Omega$$

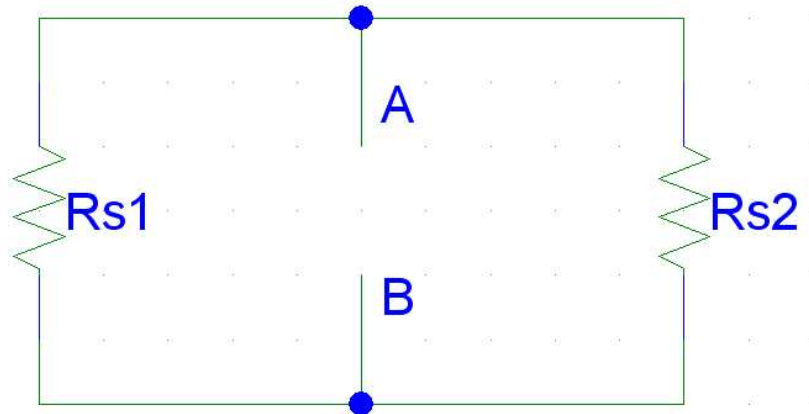
Le resistenze R_1 , R_6 e R_7 sono in serie. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{s1}

$$R_{s1} = R_1 + R_6 + R_7 = 20 + 40 + 20 = 80\Omega$$



Le resistenze R_2 , R_{p1} e R_5 sono in serie. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{s2}

$$R_{s2} = R_2 + R_{p1} + R_5 = 20 + 6,67 + 10 = 36,67\Omega$$

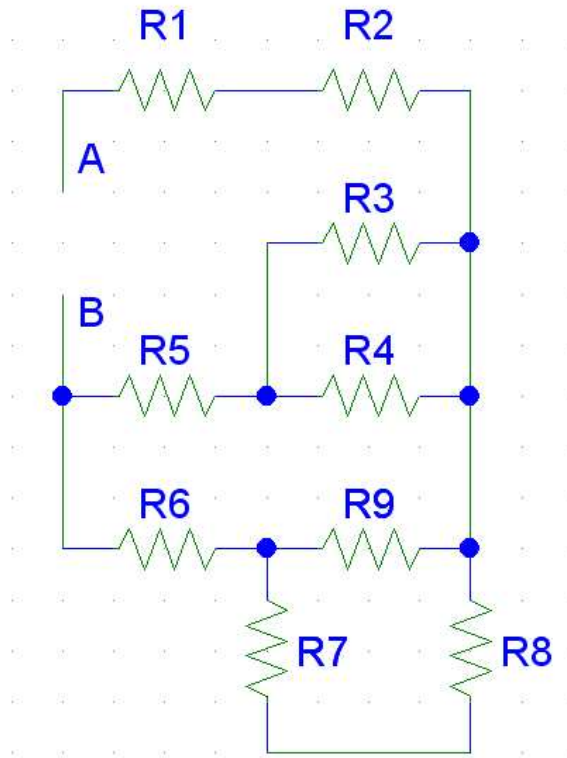


Le resistenze R_{s1} e R_{s2} sono in parallelo. La resistenza equivalente R_{eq} ai morsetti A e B vale:

$$R_{p2} = \frac{R_{s1} \cdot R_{s2}}{R_{s1} + R_{s2}} = \frac{80 \cdot 36,67}{80 + 36,67} = 25,14\Omega$$

ESEMPIO 12

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



$$R_1 = 30\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 20\Omega, R_5 = 10\Omega$$
$$R_6 = 10\Omega, R_7 = 20\Omega, R_8 = 50\Omega, R_9 = 10\Omega$$

Le resistenze R_3 e R_4 sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p1}

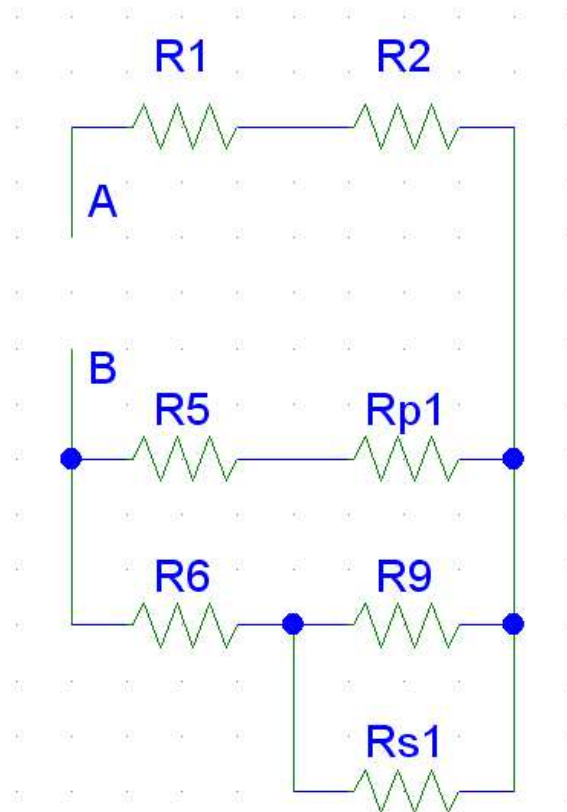
$$R_{p1} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = 6,67\Omega$$

Le resistenze R_7 e R_8 sono in serie. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{s1}

$$R_{s1} = R_7 + R_8 = 20 + 50 = 70\Omega$$

Le resistenze R_1 e R_2 sono in serie. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{s3}

$$R_{s3} = R_1 + R_2 = 30 + 20 = 50\Omega$$

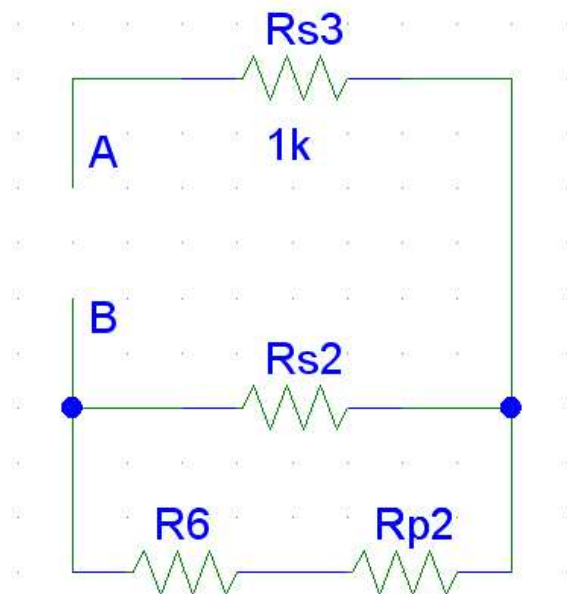


Le resistenze R_9 e R_{s1} sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p2}

$$R_{p2} = \frac{R_9 \cdot R_{s1}}{R_9 + R_{s1}} = \frac{10 \cdot 70}{10 + 70} = 8,75\Omega$$

Le resistenze R_5 e R_{p1} sono in serie. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{s2}

$$R_{s2} = R_5 + R_{p1} = 10 + 6,67 = 16,67\Omega$$

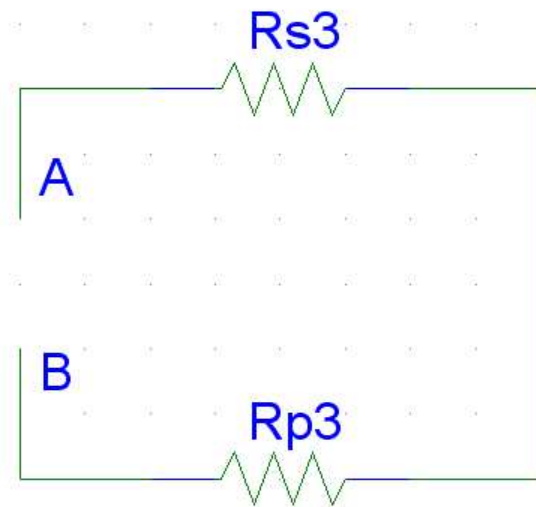


Le resistenze R_6 e R_{p2} sono in serie. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{s4} (non presente nel disegno)

$$R_{s4} = R_6 + R_{p2} = 10 + 8,75 = 18,75\Omega$$

Le resistenze R_{s2} e R_{s4} sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{p3}

$$R_{p3} = \frac{R_{s2} \cdot R_{s4}}{R_{s2} + R_{s4}} = \frac{16,67 \cdot 18,75}{16,67 + 18,75} = 8,82\Omega$$

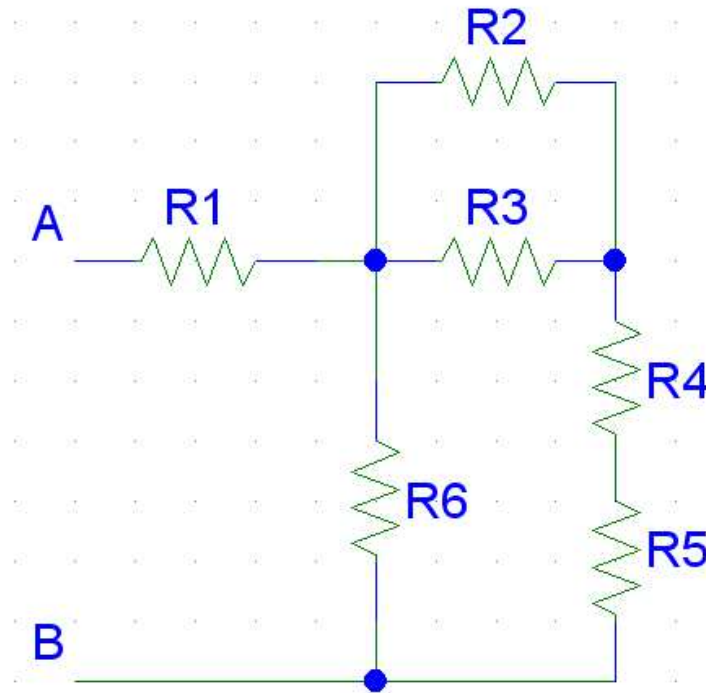


Le resistenze R_{p3} e R_{s3} sono in serie. La resistenza equivalente R_{eq} ai morsetti A e B vale:

$$R_{eq} = R_{p3} + R_{s3} = 8,82 + 50 = 58,82\Omega$$

ESEMPIO 13

Determinare la resistenza equivalente tra i punti A e B del seguente circuito:



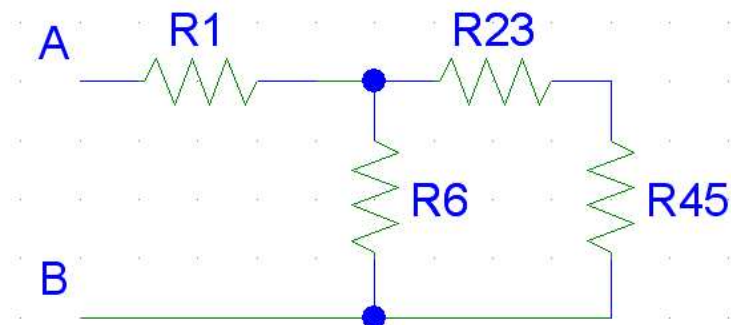
$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 50\Omega$$

Le resistenze R_2 e R_3 sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{23}

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{50 \cdot 50}{50 + 50} = 25\Omega$$

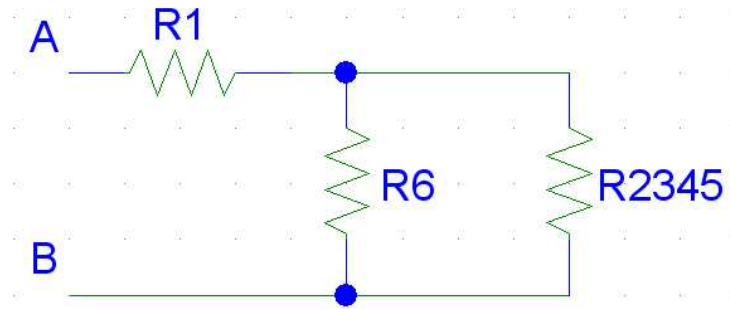
Le resistenze R_5 e R_4 sono in serie. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{45}

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 50 + 50 = 100\Omega$$



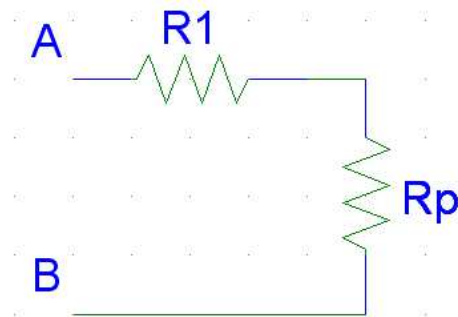
Le resistenze R_{45} e R_{23} sono in serie. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_{2345}

$$R_{2345} = R_{23} + R_{45} = 25 + 100 = 125\Omega$$



Le resistenze R_6 e R_{2345} sono in parallelo. Possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_p

$$R_{23} = \frac{R_6 \cdot R_{2345}}{R_6 + R_{2345}} = \frac{50 \cdot 125}{50 + 125} = 35,71\Omega$$



Le resistenze R_p e R_1 sono in serie. La resistenza equivalente R_{eq} ai morsetti A e B vale:

$$R_{eq} = R_p + R_1 = 35,71 + 50 = 85,71\Omega$$